

INSA Lyon
5-6 juillet 2012

Modélisation du comportement en traction et en flexion d'un béton fibré à ultra-haute performance basée sur le coefficient d'orientation des fibres

S. Delsol, J.-P. Charron

Centre de Recherche sur les Infrastructures en Béton (CRIB), École Polytechnique de Montréal, Québec, Canada.

RÉSUMÉ: Les bétons fibrés à ultra-haute performance (BFUP) offrent des propriétés mécaniques et de durabilité exceptionnelles par rapport aux bétons conventionnels. Cependant les difficultés rencontrées pour prédire leur comportement en traction sont un frein à leur utilisation dans l'industrie de la construction. Cet article présente une méthodologie développée à l'École Polytechnique de Montréal permettant de prédire, sur la base du coefficient d'orientation des fibres, le comportement en flexion de poutres en BFUP armées et non armées d'armatures conventionnelles.

MOTS CLES : Bétons fibrés à ultra-haute performance, coefficient d'orientation, traction directe, flexion, modélisations.

1. INTRODUCTION

Depuis une vingtaine d'années, la recherche dans le domaine des matériaux de construction s'est orientée vers une nouvelle gamme de bétons : les bétons fibrés à ultra-haute performance (BFUP). La forte compacité de la matrice cimentaire ainsi que l'ajout de fibres métalliques permettent d'accroître fortement la résistance à la compression (Mansur, 1999), à la traction (Oesterlee, 2010) ainsi que la ductilité post-fissuration (Naaman, 2008). Ainsi, l'usage de ces bétons permet dans certains cas de réduire la quantité d'armatures conventionnelles et offre une durabilité accrue comparativement à un mélange traditionnel grâce à un meilleur contrôle de la fissuration.

À partir des essais de caractérisation mécanique en traction et en compression sur le béton ordinaire, il est possible à partir de modèles par éléments finis de prédire assez précisément le comportement en flexion des structures en béton armé. La situation est différente pour les BFUP. Les fortes variabilités des propriétés des BFUP en fonction de l'angle d'inclinaison des fibres, qui peut être différent entre les spécimens de caractérisation mécanique et l'élément structural, ne permettent pas de prédire de façon certaine le comportement en flexion de la structure.

L'objectif de cet article est de proposer une méthode permettant de déterminer de façon sécuritaire le comportement en flexion 3 points de poutres en BFUP. La Figure 1 présente les étapes de la méthodologie développée. La première étape consiste à caractériser le comportement en traction directe du BFUP étudié pour diverses orientations de fibres pour en déduire un modèle prédictif en traction directe. La deuxième étape vise à mesurer l'angle d'inclinaison des fibres dans la structure afin de déduire le comportement en traction équivalente avec le modèle prédictif. La troisième et dernière étape consiste à déterminer à l'aide d'une analyse par éléments finis le comportement en flexion 3 points de la poutre en BFUP.

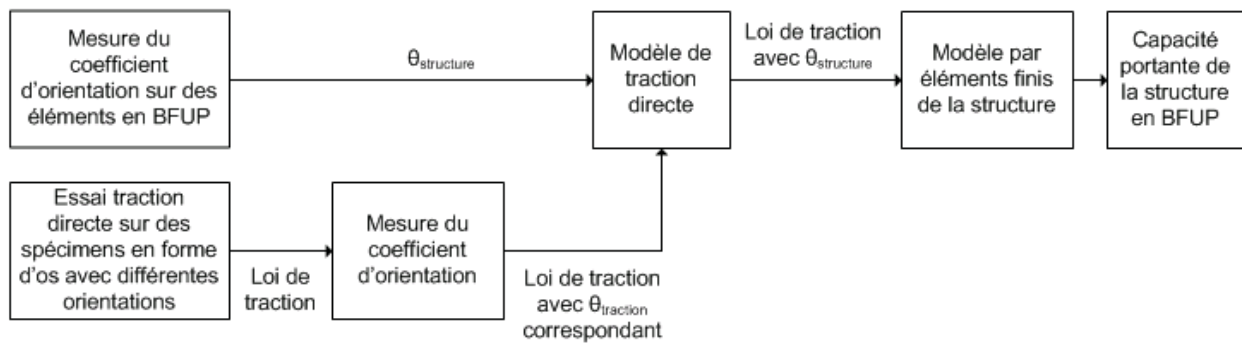


Figure 35 : Méthodologie d'analyse développée

2. PROGRAMME EXPÉRIMENTAL

La validation de la méthodologie proposée a été réalisée à partir de l'étude de 6 poutres en BFUP avec un taux d'armatures conventionnelles variant de 0 % à 1 %. Les détails du mélange utilisé (composition et proportions) sont présentés dans le Tableau 1. Toutes les poutres ont été testées en flexion 3 points puis ont été carottées près de la zone de fissuration principale afin de déterminer l'orientation des fibres. La détermination du modèle de traction prédictif a été réalisée à partir d'essai de traction directe sur des spécimens possédant différentes orientation de fibres.

Tableau 6 : Composition du BFUP

Composants	Proportions (kg/m ³)
Ciment (type HS)	1007
Fumée de Silice	252
Sable (d _{max} =0,6 mm)	604
Superplastifiant	46
(Polycarborylate)	
Fibres (l _f =10 mm; d _f =0,2 mm)	312
Eau	225

2.1 Méthode d'évaluation de l'angle d'inclinaison des fibres

Pour déterminer l'orientation des fibres dans des éléments en BFUP, deux catégories de méthodes d'investigation sont envisageables : les méthodes destructives et les méthodes non destructives. Parmi les méthodes non destructives on retrouve les méthodes électriques (Torrents et al., 2001, Ozyurt et al., 2006, Lataste et al., 2008) ou encore les méthodes magnétiques (Faifer et al., 2011) et par rayons X (Weidemann et al., 2008, Krause et al., 2010). Cependant ces méthodes sont encore en développement. Le comptage manuel et les analyses par traitement d'images (Mlekusch et al., 1999, Grünwald, 2002, Wuest, 2007) sont des méthodes destructives qui permettent actuellement d'obtenir plus d'informations sur la distribution et l'orientation des fibres dans une section de béton fibré. Dans le cadre de ce travail, une méthode d'évaluation par traitement d'images a été développée. Cette méthode consiste à prélever une section de l'élément considéré (Figure 2a), puis de polir et teindre les surfaces d'intérêts pour l'analyse pour faire ressortir les fibres de la matrice. Les surfaces préparées sont par la suite numérisées à une résolution de 2400 dpi et analysées par un filtrage morphologique suivi d'une transformée de Hough pour déterminer les dimensions et l'orientation des ellipses créées (Figure 2Figure 36b).

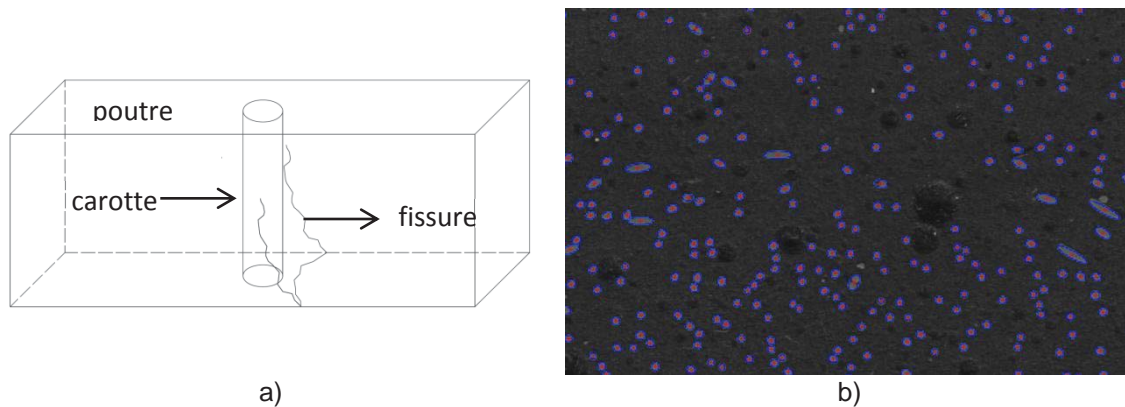


Figure 36 : Détermination du coefficient d'orientation
a) Prélèvement dans une poutre en BFUP, b) Ellipses détectées avec le traitement d'images

2.2 Essais de traction

Pour déterminer la variation du comportement en traction directe du BFUP en fonction de l'orientation des fibres, un dispositif de coulée adapté de Hannant et al. (1974) a été utilisé. La caractérisation des lois de comportement a été réalisée sur des spécimens en forme d'os (Figure 3). Des spécimens avec quatre orientations théoriques de fibres (0 degré, 22,5 degrés, 45 degrés, 90 degrés) ont été fabriqués, testés en traction et analysés par traitement d'images. Pour chacune de ces orientations, 6 spécimens de traction ont été confectionnés. Ces essais ont été réalisés à l'aide d'une presse hydraulique de capacité 2,5 MN en traction-compression. L'application de la charge a été réalisée en déplacement contrôlé. La vitesse de chargement appliquée en phase pré-pic et jusqu'à la résistance maximale a été de 0,1 mm/min, alors que dans la phase post-pic le chargement a été accéléré manuellement jusqu'à 1 mm/min.

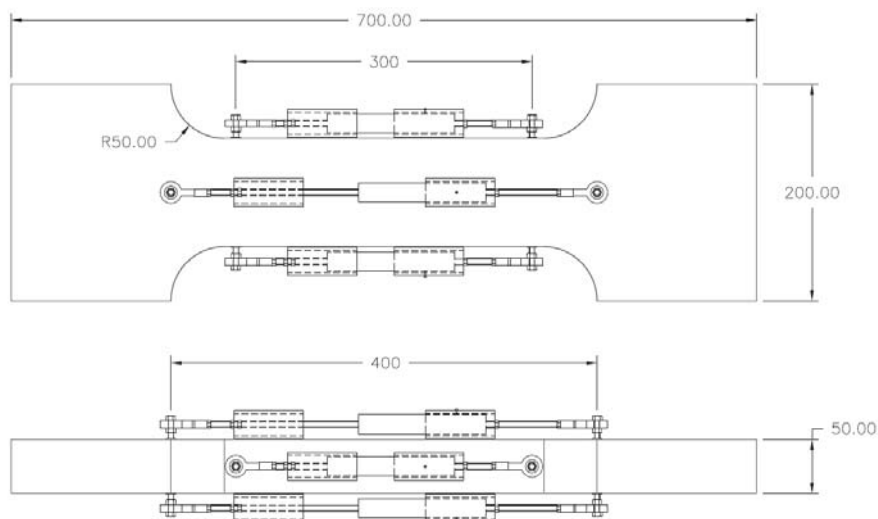


Figure 37 : Géométrie et instrumentation d'un spécimen de traction directe

2.3 Essais de flexion 3 points

Les essais de flexion 3 points ont été réalisés sur 6 poutres en BFUP en condition isostatique. Les poutres se répartissaient de la façon suivante : 3 poutres non armées de section 75,125,150x250x1100 mm (largeur, hauteur, longueur), 1 poutre non armée de section 150x200x1100 mm et 2 poutres armées de 150x200x1100 mm avec 0,5% et 1% d'armature à la fibre inférieure (Figure 4). Les poutres ont été remplies de BFUP à la chaudière selon la méthode décrite dans Markovic (2006) pour favoriser une orientation préférentielle des fibres dans le sens longitudinal des

poutres. Pour les premières 24 heures de cure, un polythène recouvrant l'intégralité des spécimens a permis d'éviter l'évaporation de l'eau. Après le décoffrage, ce dernier a été remplacé par des jutes humides pour appliquer une cure humide de 7 jours. Par la suite, les spécimens ont été conservés à l'air libre dans le laboratoire.

Les essais de flexion en 3 points ont été réalisés à l'aide d'un vérin d'une capacité de 240 kN. La force a été appliquée par l'entremise d'un profilé HSS en acier de 51 mm d'épaisseur. La charge a été appliquée à mi-portée (550 mm). Deux plaques de transfert en acier de 25 mm d'épaisseur et de 100 mm de largeur ont été placées sous la poutre au niveau des appuis (Figure 5). Afin d'éviter tout glissement du spécimen et assurer un contact parfait entre le spécimen et les plaques de transfert, une fine couche d'Ultracal ayant une résistance à la compression de 30 MPa a été appliquée. Les deux appuis étaient constitués de rouleaux couplés à un système de plaques permettant la rotation dans le plan transversal du spécimen. Après ces essais, une section de chacune des poutres a été prélevée près de la zone de rupture afin de mesurer le coefficient d'orientation des fibres.

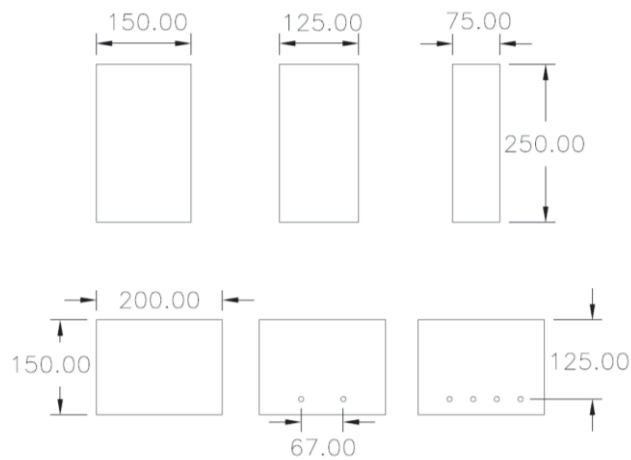


Figure 38 : Section des poutres testées en flexion 3 points



Figure 39 : Dispositif expérimental pour les essais de flexion 3 points

3. RÉSULTATS

3.1 Programme de détection des fibres

L'évaluation de la performance du programme de détection a été réalisée sur des ellipses parfaites et sur des ellipses tronquées dont l'angle d'inclinaison était connu. La Figure 6 représente l'erreur en degrés relevée en fonction de l'angle d'inclinaison mesuré. On constate que la précision sur l'évaluation du coefficient d'orientation des fibres varie selon l'orientation de 75 % (erreur de 22

degrés sur une fibre orientée à 0 degré) à 99% (erreur inférieure à 1 degré sur une fibre orientée à 80 degrés). Plus de détails sont disponibles dans ([Delsol, 2012](#)).

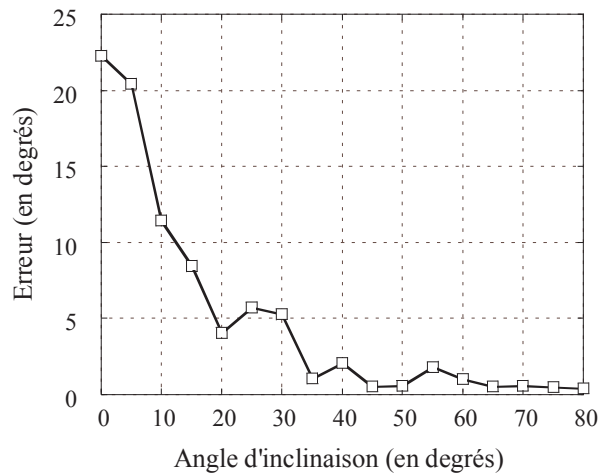


Figure 40 : Erreur moyenne de mesure du coefficient d'orientation des fibres sur des ellipses tronquées à une résolution de 2400 dpi

3.2 Essais de traction directe

3.2.1 Résultats expérimentaux

La Figure 7 présente le comportement en traction directe du BFUP en fonction de l'orientation moyenne des fibres mesurée dans les spécimens. Une fibre orientée à 0 degré est considérée parallèle aux contraintes principales de traction, inversement une fibre orientée à 90 degrés est perpendiculaire aux contraintes principales. On constate qu'avec l'augmentation du coefficient d'orientation des fibres, la longueur et la pente de la phase écrouissante du BFUP sont significativement réduites. Une réduction de 95% de la longueur de la phase écrouissante et une réduction de 60% de la résistance maximale ont été observées pour les coefficients d'orientation les plus défavorables. Contrairement aux résultats obtenus par Oesterlee ([2010](#)), aucun impact sur la rigidité n'a été mis en évidence. De plus, il est intéressant de noter que malgré les différentes orientations de fibres étudiées l'allure de la phase adoucissante est demeurée similaire.

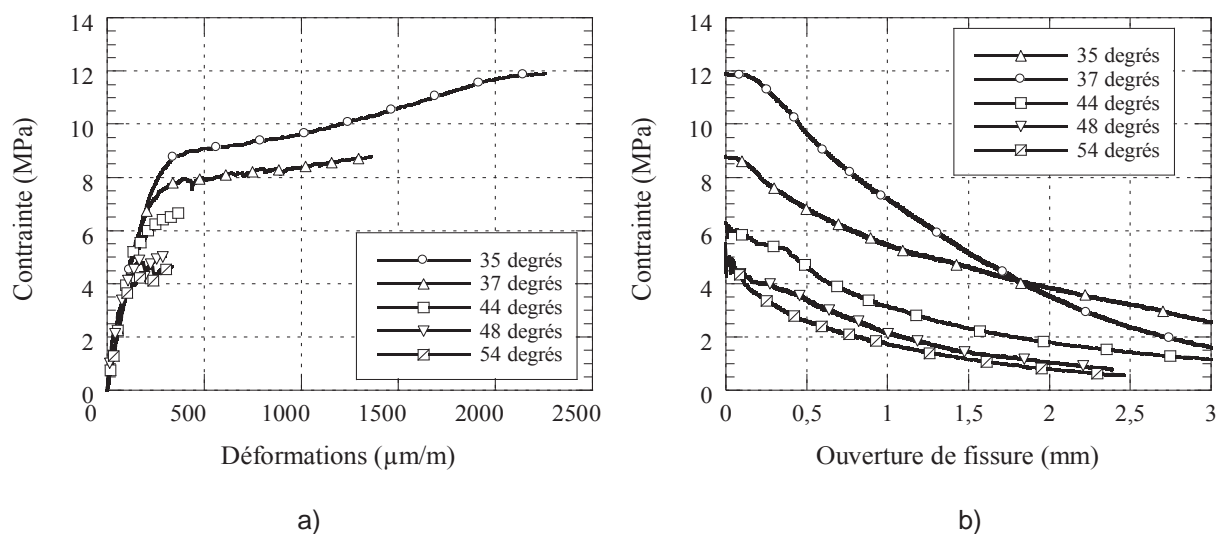


Figure 41 : Loi de comportement en traction directe en fonction de l'orientation moyenne des fibres

a) Comportement pré-pic, b) Comportement post-pic

3.2.2 Modèle de traction directe proposé

À partir des essais de traction décrits, un modèle prédictif empirique de loi de traction directe du BFUP en fonction du coefficient d'orientation moyen des fibres a été développé. Il s'inspire du modèle de traction suggéré par Naaman et al. (2006). La Figure 8a illustre la courbe pré-pic typique d'un BFUP en traction directe représentée à partir des trois points clés nécessaires à la modélisation d'un BFUP. Il est à noter que pour des angles d'inclinaison des fibres supérieurs à 47 degrés, le point 2 n'est pas à prendre en considération. La phase adoucissante a été modélisée en ajoutant l'angle d'inclinaison des fibres dans l'équation proposée par Redaelli (2009). Le Tableau 2 résume l'ensemble des équations du modèle de traction prédictif développé.

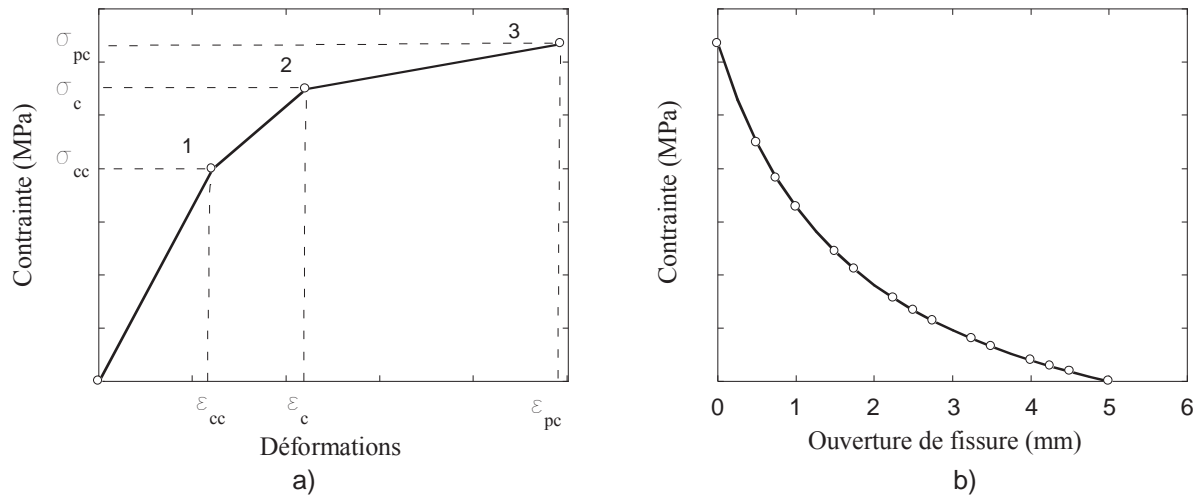


Figure 42 : Modèle de traction prédictif suggéré dans la présente étude
a) Comportement pré-pic, b) Comportement post-pic

Tableau 7 : Équations du modèle de traction en fonction de l'angle d'inclinaison moyen des fibres

$$\sigma_{cc} = \begin{cases} 50,18 \cdot \cos \theta - 35,38, & \theta < 37^\circ \\ 2,79 \cdot \cos \theta + 2,28, & \theta \geq 37^\circ \end{cases} \quad \epsilon_{cc} = \frac{\sigma_{cc}}{E_c} = \frac{\sigma_{cc}}{36000}$$

$$\text{Pré-pic} \quad \sigma_c = \begin{cases} 55,79 \cdot \cos \theta - 37,27, & \theta < 38^\circ \\ 19 \cdot \cos \theta - 8,4, & 47^\circ \geq \theta \geq 38^\circ \end{cases} \quad \epsilon_c = \begin{cases} 62 \cdot (\sigma_c - 3,128), & \theta < 38^\circ \\ 929 \cdot \cos \theta - 511, & 47^\circ \geq \theta \geq 38^\circ \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 172 \cdot \cos \theta + 128,69, & \theta < 37^\circ \\ 20 \cdot \cos \theta - 7,23, & 54,5^\circ \geq \theta \geq 37^\circ \end{cases} \quad \epsilon_{pc} = \begin{cases} \frac{\sigma_{pc} - 4,551}{0,0031}, & \theta < 37^\circ \\ 6698 \cdot \cos \theta - 4120, & 47^\circ \geq \theta \geq 37^\circ \\ 300, & 54,5^\circ \geq \theta \geq 47^\circ \end{cases}$$

$$\text{Post-pic} \quad \sigma(w) = \frac{\sigma_{pc}}{\left(1 + \frac{w}{1 + \cos \theta}\right)} \frac{l_f/2 - w}{l_f/2}$$

- l_f : longueur d'une fibre (mm)
- w : ouverture de fissure (mm)
- θ : angle d'inclinaison des fibres (degrés)

La Figure 9 permet de comparer les courbes expérimentales et les courbes théoriques obtenues à l'aide des équations du Tableau 2. Le modèle proposé permet de reproduire les différentes coordonnées de la loi de comportement d'un BFUP avec une précision de 96 % pour la phase pré-pic et de 94 % pour la phase post-pic.

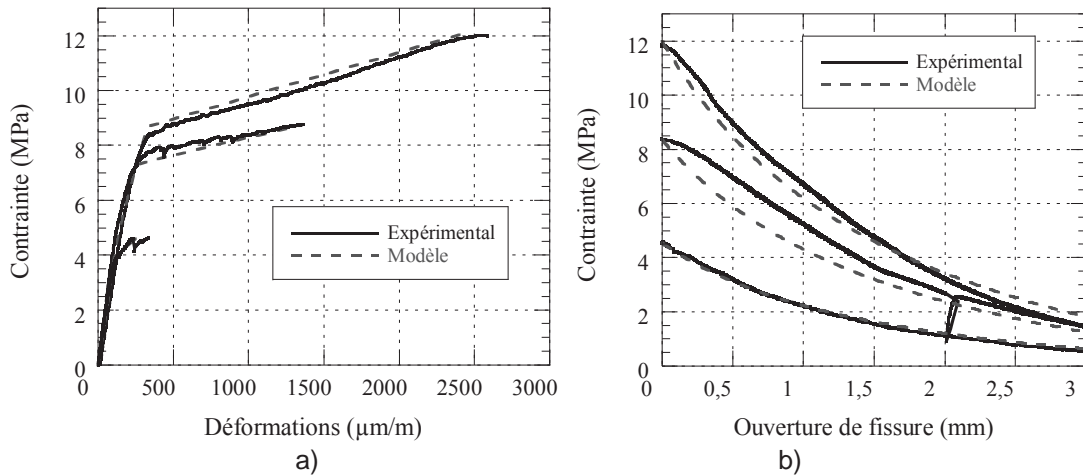


Figure 43 : Comparaison du modèle de traction proposé et des résultats expérimentaux
a) Comportement pré-pic, b) Comportement post-pic

3.3 Modélisation des essais de flexion

La prédiction de la capacité portante et de la flèche des poutres en BFUP ne pouvant être réalisée de façon analytique, le logiciel d'éléments finis ATENA (Cervenka et al., 2011) a été utilisé. Ce logiciel permet de prendre en considération le comportement écrouissant et adoucissant des BFUP en autorisant la multi-fissuration du matériau.

La Figure 10a présente les conditions limites aux appuis considérées dans la modélisation des essais de flexion. Les déplacements verticaux ont été bloqués dans l'axe central des plaques d'appuis, alors que toutes les rotations et les autres déplacements ont été libérés. Le chargement a été imposé au centre de la plaque de transfert sous la forme d'un déplacement contrôlé. Les poutres ont été modélisées à l'aide d'éléments briques à interpolation linéaire de 25 mm (Figure 10b).

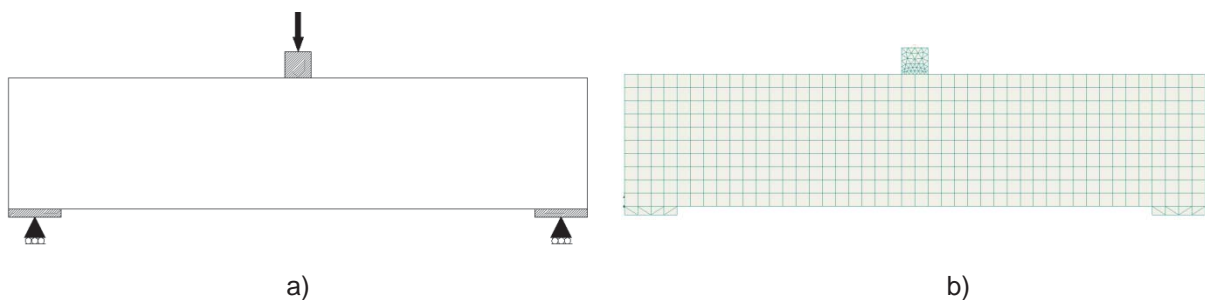


Figure 44 : Représentation du modèle éléments finis
a) Conditions limites, b) Maillage

Les lois de comportement en traction utilisées pour la modélisation des essais de flexion (Figure 11) ont été calculées à partir de l'angle d'inclinaison moyen des fibres mesuré dans les poutres et du modèle de prédiction du comportement en traction du BFUP présenté à la section 3.2.2. On constate une forte variabilité du comportement en traction et ce malgré une méthode de mise en place similaire dans les différents spécimens étudiés. À des fins de comparaison, le comportement en traction d'un spécimen de caractérisation standard est représenté. Ce dernier possède un comportement en traction très supérieur car la petite taille du spécimen favorise une orientation idéale des fibres pour la reprise des efforts de traction. La différence de comportement entre ce spécimen et les poutres démontre la nécessité de considérer le coefficient d'orientation des fibres dans les éléments structuraux pour obtenir une prédiction fiable.

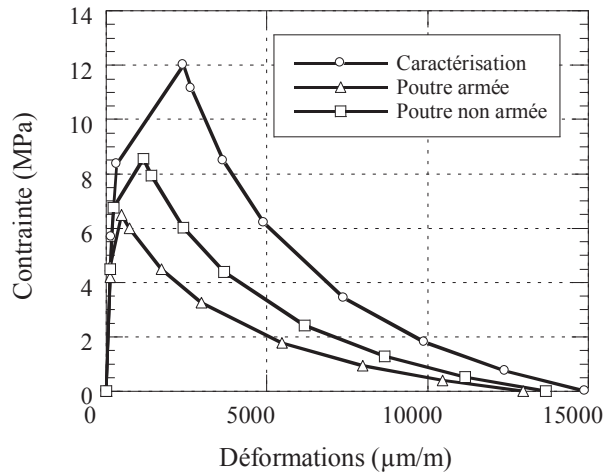


Figure 45 : Lois de comportement en traction pour la modélisation des essais de flexion

La comparaison entre les résultats expérimentaux et numériques des essais de flexion est présentée à la Figure 12. La courbe numérique obtenue avec l'angle d'inclinaison des fibres mesuré expérimentalement dans les poutres est tracée et, pour fin de démonstration, la courbe numérique obtenue avec un spécimen de caractérisation dans lequel l'angle d'inclinaison est largement surestimé est présentée. Cette dernière courbe démontre l'intérêt de tenir compte du coefficient d'orientation des fibres dans les poutres, car l'utilisation sans correctif d'une loi de comportement en traction directe d'un spécimen de caractérisation entraîne une surestimation de la capacité portante de 25 % et une surestimation de la flèche de 56 %.

Pour les poutres non armées (Figure 12a), l'utilisation de l'angle d'inclinaison des fibres mesuré dans les poutres et de la loi de traction associée sous-estime de 8 % en moyenne la résistance en flexion maximale atteinte. Néanmoins on constate une sous-estimation de 33 % de la flèche. Cette erreur est essentiellement imputable au programme de mesure développé qui permet d'obtenir à 2 degrés près, l'angle d'inclinaison des fibres pour des angles compris entre 15 et 60 degrés (Figure 36b) et à 15 degrés près pour des angles compris entre 0 et 15 degrés. Une augmentation moyenne de 1,4 degré de l'angle d'inclinaison des fibres moyen a permis d'atteindre les mêmes charges maximales expérimentales (courbes non présentées). Cette modification demeure dans la plage d'erreur de mesure du programme.

Pour les poutres armées (Figure 12b), l'utilisation de l'angle d'inclinaison moyen de la poutre a permis de prédire de façon précise la capacité portante. L'erreur de prédiction sur la capacité portante est en moyenne de 1 %, alors qu'elle serait de 50% en utilisant la loi de traction prélevée sur le spécimen de caractérisation). Néanmoins on constate toujours une sous-estimation de 13 % de la flèche des poutres avec l'usage du coefficient des fibres des poutres, alors qu'elle serait de 22 % avec le coefficient obtenue des spécimens de caractérisation. Il est à noter que dans le cadre de la modélisation de poutres armées en BFUP, aucun ajustement de l'angle d'inclinaison moyen des fibres dans la section n'a été nécessaire pour prédire la capacité maximale des poutres. Ainsi dans le cadre d'un usage courant du BFUP la méthodologie proposée donne d'excellents résultats.

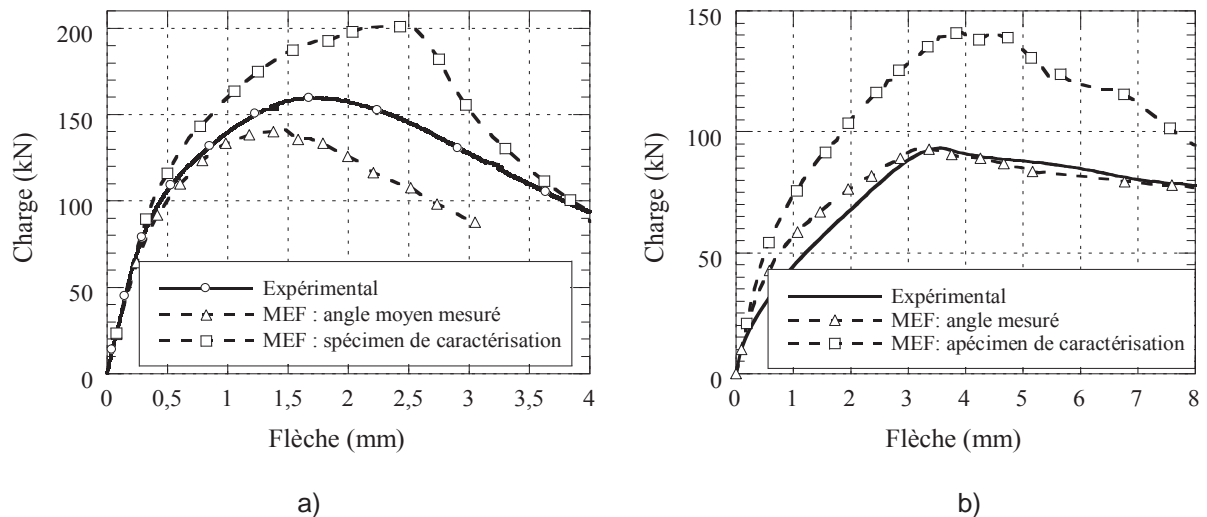


Figure 46 : Prédiction du comportement en flexion avec la modélisation par éléments finis à partir de la mesure de l'angle d'inclinaison des fibres mesuré
a) Poutre en BFUP sans armature, b) Poutre en BFUP avec armature

6. CONCLUSION

Le projet de recherche sur la mesure du coefficient d'orientation des fibres et la modélisation du comportement en traction et en flexion de poutres en BFUP a conduit aux constatations suivantes.

Le programme de détection de fibres développé permet d'obtenir le nombre de fibres présentes dans des spécimens en BFUP avec une précision supérieure à 97 %. La précision sur l'évaluation du coefficient d'orientation des fibres et leur distribution varie selon l'orientation des fibres de 75 % à 99 %.

À partir des essais de traction et des mesures du coefficient d'orientation des fibres, un système d'équations a été développé pour prédire la loi de comportement en traction directe du BFUP. Ce système d'équations reproduit les différentes coordonnées de la loi de comportement avec une précision moyenne de 96 % en phase pré-pic et 94 % en phase post-pic.

La méthodologie d'analyse développée dans ce projet a permis de prédire de manière satisfaisante la capacité portante de poutres en BFUP armées et non armées en se basant uniquement sur l'angle d'inclinaison des fibres mesuré et ce sans aucune modification, minoration ou majoration, des lois de traction implémentées dans ATENA. En effet, l'utilisation d'un angle d'inclinaison des fibres moyen et des lois de traction déduites du modèle de traction présenté ont donné de bons résultats pour la prédiction des capacités portantes de poutres en BFUP avec une précision moyenne de 95,5 %. Si la loi de comportement en traction avait été directement extraite des spécimens de caractérisation en traction directe, sans considération de l'orientation des fibres, alors une surestimation de 39 % de la capacité portante aurait été constatée. L'évaluation de la flèche est cependant moins précise. En effet, la flèche est sous-estimée de 33 % en moyenne pour les poutres non armées et de 13 % pour les poutres armées.

7. REMERCIEMENTS

Ce projet de recherche a été financé par le Fond Québécois de la Recherche sur la Nature et les Technologies (FQRNT). Les auteurs remercient Holcim et Euclid de leurs dons en matériaux pour la réalisation du projet de recherche.

8. RÉFÉRENCES

- Cervenka, V., Jendele, L., & Cervenka, J. (2011). *Atena Program Documentation* (Vol. 1: Theory). Prague.
- Delsol, S. (2012). *Évaluation du coefficient d'orientation des fibres dans les bétons renforcés de fibres métalliques* (Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal).
- Grünewald, S., & Walraven, J. C. (2002). *Self-compacting fibre reinforced concrete - orientation and distribution of steel fibres in beams*: Section of Concrete Structures/ Stevinlab, TU Delft.
- Hannant, D. J., & Spring, N. (1974). Steel-Fibre-Reinforced mortar: a technique for producing composites with uniaxial fibre alignment. *Magazine of Concrete Research*, 26(Compendex), 47-48.
- Lataste, J. F., Behloul, M., & Breysse, D. (2008). Characterisation of fibres distribution in a steel fibre reinforced concrete with electrical resistivity measurements. *NDT & E International*, 41(8), 638-647.
- Mansur, M. (1999). Stress-Strain Relationship of High-Strength Fiber Concrete in Compression. *J. Mater. Civ. Eng.*, 11(1), 21.
- Markovic, I. (2006). *High-performance hybrid-fibre concrete: development and utilisation* (Delft University Press). <http://resolver.tudelft.nl/uuid:44ed51cd-fc27-4353-ab81-cf8348f52443>
- Mlekusch, B., Lehner, E. A., & Geymayer, W. (1999). *Fibre orientation in short-fibre-reinforced thermoplastics. I. Contrast enhancement for image analysis* (Vol. 59). Kidlington, ROYAUME-UNI: Elsevier.
- Naaman, A. E. (2008). High Performance Fiber Reinforced Cement Composites. In C. Shi & Y. L. Mo, (Éds.), *High-Performance Construction Materials - Science and Applications*: World Scientific.
- Naaman, A. E., & Reinhardt, H. (2006). Proposed classification of HPFRC composites based on their tensile response. *Materials and Structures*, 39(5), 547-555.
- Oesterlee, C. (2010). *Structural Response of Reinforced UHPFRC and RC Composite Members* (EPFL). <http://library.epfl.ch/theses/?nr=4848>
- Ozyurt, N., Mason, T., & Shah, S. (2006). Non-Destructive monitoring of fiber dispersion in FRCS using AC-impedance spectroscopy. In M. S. Konsta-Gdoutos, (éd.), *Measuring, Monitoring and Modeling Concrete Properties* (pp. 285-290): Springer Netherlands. http://dx.doi.org/10.1007/978-1-4020-5104-3_33 doi:10.1007/978-1-4020-5104-3_33
- Redaelli, D., & Muttoni, A. (2009). *Comportement et modélisation des éléments de structure en béton fibré à ultra-hautes performances avec armatures passives* (EPFL). <http://library.epfl.ch/theses/?nr=4298>
- Torrents, Mason, T. O., Peled, A., Shah, S. P., & Garboczi, E. J. (2001). Analysis of the impedance spectra of short conductive fiber-reinforced composites. *Journal of Materials Science*, 36(16), 4003-4012.
- Weidemann, G., Stadie, R., Goebbels, J., & Hillemeier, B. (2008). Computed tomography study of fibre reinforced autoclaved aerated concrete. *Materialpruefung/Materials Testing*, 50(Compendex), 278-285.
- Wuest, J. (2007). *Comportement structural des bétons de fibres ultra performants en traction dans des éléments composés* (Thèse Ecole polytechnique fédérale de Lausanne EPFL, no 3987, p 268). <http://library.epfl.ch/theses/?nr=3987>