

## APPROCHE COUPLÉE EXPÉRIMENTALE ET NUMÉRIQUE POUR LA DÉTERMINATION DE L'ÉNERGIE DE FISSURATION

O. Nouailletas<sup>A</sup>, C. La Borderie<sup>A</sup>

A Laboratoire des Sciences de l'Ingénieur Appliquées à la Mécanique et au génie Electrique, Université de Pau et des Pays de l'Adour, Anglet, France.

**RÉSUMÉ** : L'énergie de fissuration est une caractéristique essentielle du matériau béton, elle quantifie la quantité d'énergie dissipée par unité de surface de matériau fissuré. La plupart des simulations numériques effectuées dans le domaine non linéaire a besoin de ce paramètre pour représenter correctement le caractère adoucissant du matériau. Malheureusement les expériences qui permettent d'évaluer l'énergie de fissuration sont délicates à mettre en œuvre. La mesure de l'énergie de fissuration s'effectue en quantifiant l'énergie dissipée dans la totalité de l'expérience, les mesures sont fortement dépendantes des conditions aux limites qui peuvent participer à la dissipation de l'énergie. Dans le cas où la taille des corps d'épreuve n'est pas suffisante, les mesures sont également perturbées par la présence de frontières.

Nous proposons une méthode couplant la simulation numérique à l'expérience qui permet une évaluation de l'énergie de fissuration qui s'affranchit des conditions aux limites et qui permet une meilleure évaluation sur les échantillons de petite taille. Des expériences sur éprouvette de type « Disk Compact tension » sont utilisés pour évaluer l'énergie de fissuration sur des bétons.

### 1. INTRODUCTION

L'énergie de fissuration est une grandeur physique à la base de la mécanique à la rupture, elle est définie comme l'énergie nécessaire pour créer une discontinuité de surface unitaire dans le matériau (Hillerborg, 1985). Elle est sujette à variation en fonction de l'échelle considérée (Bažant et al., 1990). Dans le domaine du génie civil, ce paramètre expérimental est utilisé dans les modèles numériques pour caractériser l'écrouissage des matériaux afin de représenter l'endommagement des structures sous diverses sollicitations (mécanique, thermique, chimique ...). Au niveau du laboratoire, différents essais ont été mis au point afin de déterminer l'énergie de fissuration : traction directe (Nouailletas et al., 2015), fendage, flexion trois points (Pijaudier-Cabot et al., 2022), DCT (Kallel et al., 2017 et 2018). Et la norme ASTM E399 (D04 Committee, 2013) détaille les éprouvettes normalisées nécessaires à la réalisation de ces essais.

Depuis plus de 10 ans, le laboratoire SIAME développe et réalise des essais DCT. Initialement utilisés pour tester des éprouvettes en acier (Cummings, 2000) ou en asphalte (Kim et al., 2009), nous l'avons adapté pour mesurer les propriétés mécaniques en traction (Gf, E et Ft) du béton. Par définition, la lettre D indique que l'échantillon est un disque, la lettre C indique que l'échantillon est de type compact et la lettre T indique que le chargement est en traction. Le principe de cet essai est simple, il consiste à soumettre l'éprouvette à une traction croissante ou à un déplacement constant jusqu'à la rupture de l'éprouvette. Pendant l'essai, l'ouverture de la fissure, le déplacement vérin et la charge appliqués sont enregistrés par un système d'acquisition. À la suite de l'essai, le calcul de l'énergie de fissuration peut être défini par la formule [1] suivante :

$$G_f = \frac{W_0}{A_{lig.}} \left( \frac{J}{m^2} \right) \quad [1]$$

Avec :

$W_0$  : Aire sous la courbe force-déplacement du point d'application de la force (J)

$A_{lig.}$  : Air du ligament non entaillé de l'éprouvette ( $m^2$ )

Au cours des différentes campagnes expérimentales au sein du laboratoire, l'analyse de la formule 1 avec les données expérimentales a mis en avant des difficultés. Tout d'abord pour le calcul du travail  $W_0$  qui est réalisé à partir de valeurs issues de capteurs machines (Force et déplacement vérin) qui sont extérieurs à l'éprouvette. La mesure du déplacement ne prend pas en compte des tassements locaux au niveau des rouleaux dissipant de l'énergie. Ensuite, il est difficile de piloter un essai jusqu'à la rupture générale, ce qui induit une surestimation de l'aire du ligament non-entaillé. Enfin, il a été montré que la longueur de la Fracture Process Zone est perturbée par les effets de bord, ce qui entraîne un effet d'échelle.

Cet article présente une méthode originale couplant les résultats expérimentaux à la modélisation numérique afin de s'affranchir des artefacts expérimentaux précédents. La première partie traite de la fabrication des éprouvettes DCT, du protocole d'essai et leurs limites. La seconde partie détaille la double approche expérimentale et numérique développée pour calculer l'énergie de fissuration.

## **2. ESSAI DCT**

### **2.1 Fabrication des éprouvettes DCT**

Les éprouvettes DCT sont réalisées à partir d'éprouvettes 16x32. Afin d'optimiser le nombre d'éprouvettes DCT par 16x32, un protocole alternant une phase de rectification et une phase de sciage des galettes de DCT a été réalisé. Ce protocole garantit le parallélisme des surfaces sciées et la perpendicularité de ces dernières avec la surface latérale. Une dernière rectification de la face latérale permet de réaliser le méplat. À l'aide d'un gabarit reposant sur le méplat, deux carottages sont réalisés de diamètre 25mm. Enfin, une entaille de 5mm d'épaisseur est réalisée grâce à une scie diamantée et l'utilisation d'un gabarit pour garantir la position de l'entaille par rapport aux deux trous du carottage.

24 à 48h avant chaque essai, les éprouvettes sont finalisées en collant des inserts métalliques à l'intérieur des trous carottés. Des plaquettes biseautées sont aussi collées au niveau du méplat sur les lèvres de l'entaille. Chaque éprouvette est ensuite scannée afin de pouvoir récupérer numérique la géométrie à introduire dans le modèle numérique (Figure 1 et 2).

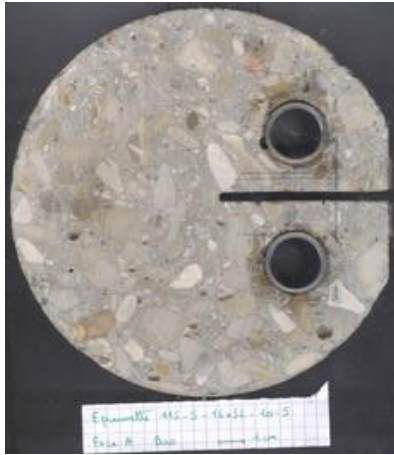


Figure 1 : Éprouvette scannée

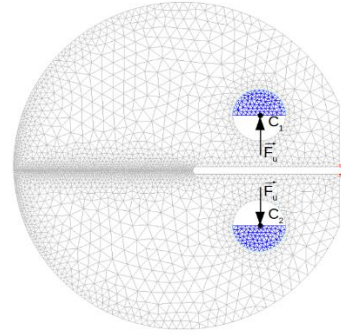


Figure 2 : Éprouvette modélisée

## 2.2 Réalisation des essais

Tous les essais DCT présentés dans l'article sont réalisés sur la presse universelle électrique SYNTECH 700 de l'entreprise 3R. Une cellule de force de 5KN est montée en série sur la presse. Le montage utilisé (Figure 3) est composé de deux casques servant à fixer l'éprouvette de manière à avoir une rotule sur chaque appui. Les deux casques sont fixés sur le bâti de la presse de manière à avoir des mouvements de rotation perpendiculaires aux premières rotules. La double rotule de part et autres de l'éprouvette permet d'avoir une propagation de la fissuration plus libre et ainsi plus représentative de la caractéristique du matériau.

Afin de compléter le montage, un capteur d'ouverture d'entaille (CMOD) est fixé au niveau des lèvres de l'entaille à l'aide des deux plaquettes biseautées. Les essais ont été pilotés à l'aide de ce capteur car il permet d'avoir une propagation de fissure stable. Deux capteurs LVDT étaient initialement fixés sur les casques afin de mesurer le déplacement au plus près de l'échantillon. Ils mesuraient l'écartement des deux rouleaux durant les essais afin de pouvoir calculer directement l'énergie de fissuration à l'aide la formule [1]. Le protocole développé consiste tout d'abord à fixer l'éprouvette au casque supérieur afin de réaliser la tare du capteur force. L'éprouvette est ensuite fixée au casque inférieur et elle est mise en tension afin de garantir son bon positionnement. Les différents capteurs sont placés et tarés au lancement de l'essai. L'essai commence par un chargement piloté par le déplacement vérin à une vitesse de 0,001mm/s jusqu'à une force de 250N. Au-delà de cette limite, le chargement est piloté par le déplacement CMOD à une vitesse de 0,00082mm/s jusqu'à un déplacement maximal correspondant 1mm. Au-delà, la propagation de la fissure étant stable, le chargement est de nouveau piloté par le déplacement traverse à une vitesse de 0,1mm/s jusqu'à la rupture totale.

Cependant, pour les grands déplacements (>0,5mm déplacement vérin), il est constaté que la rotation des LVDT entraîne des blocages pouvant entraîner des sur-contraintes liées au montage et se traduisant sur la courbe par une augmentation de la force en phase décroissante. Il a donc été décidé d'enlever les capteurs lors de la phase décroissante pour des forces faibles. De plus, une fois le pic de force dépassé, lorsque la force est très faible (<250 N), l'asservissement fonctionne difficilement. La rupture totale du ligament est obtenue de manière précoce. Pour ces deux raisons, il y a un manque d'information pour calculer directement l'aire sous la courbe force-déplacement du point d'application de la force ( $W_0$ ) correspondant à l'aire totale du ligament non entaillée de l'éprouvette ( $A_{lig}$ ).

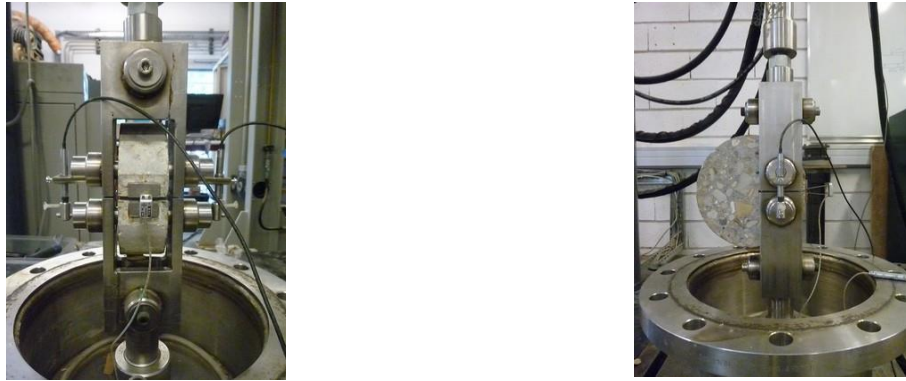


Figure 3 : montage DCT

## 2.2 Limite du calcul de l'énergie de fissuration expérimentale

La figure 4 représente les résultats bruts recalés en force de l'essai réalisé sur une éprouvette. Le post-traitement consiste à faire l'intégrale de la courbe force / du point d'application de la charge divisé par la surface de la fissure générée qui était égale à l'épaisseur de l'éprouvette multipliée par la longueur du ligament (Formule [1]).

Dans un cas idéal, on peut considérer que :

- 1- Toute l'énergie dépensée dans le processus est entièrement utilisée à la création de la fissure, il n'y a pas de dissipation complémentaire dans le montage (Guinea et al., 1992).
- 2- Les effets de bord en début et de fin de fissuration sont négligés, les dimensions du ligament sont importantes devant les longueurs internes du matériau (Planas et al., 1992).
- 3- La totalité du ligament est fissurée lors de l'essai (Elices et al., 1992).

Dans le cadre de ces hypothèses, le point d'application de la charge est considéré au niveau de la presse. Le travail est donc calculé par l'intégrale de la courbe Force – Déplacement vérin. Cependant afin de vérifier qu'il n'y a pas de dissipation d'énergie dans le montage, le travail est aussi calculé avec la courbe Force – Déplacement moyen des LVDT. Le déplacement des capteurs LVDT est directement lié à celui de l'éprouvette à travers les rouleaux. Si on considère que toute l'énergie est dissipée dans la fissure, l'énergie de fissuration issue du capteur de déplacement de la presse doit être égale à celle calculée avec le déplacement moyen des LVDT. Sur figure 4, la courbe bleue représente la courbe expérimentale force en fonction du déplacement machine et la verte celle avec le déplacement des capteurs (vert). L'aire sous la courbe verte est égale à 0,789 N.m alors que celui de la courbe bleue est égal à 0,853 N.m. Cet écart de 8 % s'est élevé à plus de 50 % sur certains essais, il est attribué à une dissipation d'énergie au niveau des conditions limites, l'énergie élastique éventuellement présente dans le montage expérimental étant nulle en début et en fin d'essai.

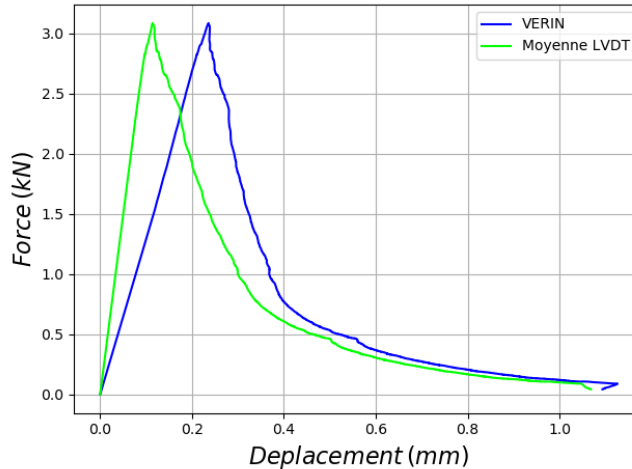


Figure 4 : Courbes résultats issue d'un essai.

Suite à ce constat, l'évaluation du travail de la force a été calculée avec l'intégrale de la courbe issue des LVDT. Pour la raison évoquée précédemment, les LVDT sont démontés durant la phase de décroissance. Nous ne disposons donc pas de la totalité de la courbe. Dans ce cas, le ligament n'est pas totalement fissuré, et il est donc difficile de déterminer l'aire du ligament rompu.

Partant du double principe que le montage dissipe de l'énergie et que la mesure des LVDT est considérée comme incomplète et imprécise, seule la mesure du capteur d'ouverture d'entaille (CMOD) a été retenue. Cependant cette approche amène deux verrous :

- le déplacement CMOD n'est pas le déplacement du point d'application de la force,
- la courbe Force / déplacement issue du capteur CMOD ne va pas jusqu'à la rupture totale.

### 3. APPORT DE LA MÉTHODE DE DÉPOUILLEMENT NUMÉRIQUE DES ESSAIS

Pour s'affranchir des deux problèmes énoncés précédemment, il faut déterminer dans la courbe Force/déplacement rouleaux, le travail (noté  $W_{AB}$ ) nécessaire par aller du point A au point B (Figure 5). Connaissant les énergies élastiques en A (noté  $W_{eA}$ ) et en B (noté  $W_{eB}$ ) et le principe de la conservation de l'énergie mécanique (formule 2), la formule 3 donne la valeur du travail issue de la propagation de la fissure  $W_f$  entre les deux points. Il faut ensuite connaître l'incrément de l'aire de la fissure générée entre A et B pour déterminer l'énergie de fissuration.

Si les points A et B sont choisis pour des positions de fissuration éloignées des bords, la méthode permet également de s'affranchir des effets d'échelle qui sont déterminants en particulier pour les petites structures, ce qui est notre cas (Elices et al., 1992).

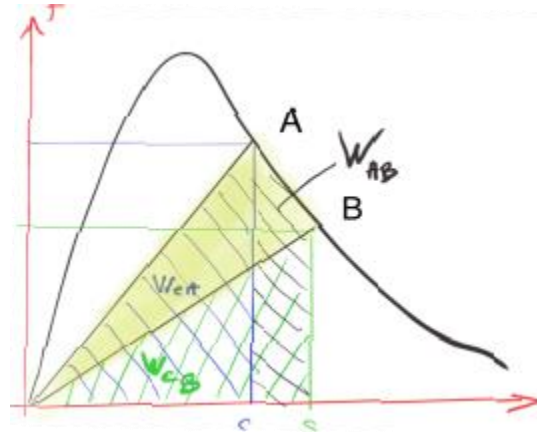


Figure 5 : Principe de calcul du travail entre A et B.

$$W_{eA} + W_{eB} = W_{eB} + W_f \quad (\text{Principe de conservation de l'énergie}) \quad [2]$$

$$W_f = W_{eA} + W_{AB} - W_{eB} \quad [3]$$

Afin de réaliser le calcul de la surface fissurée, nous nous sommes appuyés sur des simulations numériques aux éléments finis. D'un point de vue numérique, il est convenu que les théories non-linéaires de la mécanique à la rupture représentent plus fidèlement les phénomènes de fissuration dans les matériaux quasi-fragiles comme le béton (Bažant, 2002). Cependant, une adaptation de la théorie linéaire de la mécanique à la rupture (LEFM) permet d'obtenir des résultats pertinents (Bažant et al., 1990 ; Bažant 1997,2002). Dans notre cas, la méthode de la complaisance a été utilisée, elle est inspirée de celle décrite dans Mohamad, 2020. La complaisance, notée  $\lambda$ , est l'inverse de la rigidité  $K$ . Elle est obtenue en divisant un déplacement, noté  $u$ , par la force correspondante, notée  $F$ . La complaisance relative, notée  $\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_0}$  où  $\lambda_0$  est la complaisance initiale élastique. Dans notre cas, pour tenir compte de la variabilité dimensionnelle entre les éprouvettes, chaque éprouvette a été modélisée indépendamment sous Cast3M à partir des numérisations des surfaces des éprouvettes. Le maillage est divisé en deux sous-parties appelées épontes inférieures et supérieures. La frontière se fait en prolongement de l'entaille et le maillage est raffiné dans cette zone (Figure 2). Les deux sous-maillages sont reliés numériquement en introduisant une égalité entre les degrés de liberté des nœuds considérés.

Les conditions aux limites sont les blocages des nœuds en déplacement représentant le rouleau inférieur (maillage bleu sur la figure 2). Le chargement numérique est une force unitaire, notée  $F_u$ , appliquée au centre du rouleau supérieur, noté C1. Le module d'élasticité est choisi forfaitairement,  $E = 30 \text{ GPa}$ , le coefficient de Poisson égal à 0,2.

La progression de la fissure simulée en relâchant la relation entre les déplacements des nœuds communs aux deux épontes (Figure 6 et 7). Pour chaque relâchement de nœud, un calcul élastique est effectué. Comme nous nous positionnons dans l'hypothèse des petites perturbations, en élasticité la valeur de la complaisance ne dépend pas de l'intensité de la force, mais uniquement de la géométrie de la structure (donc la longueur de ligament fissuré) ainsi que ses caractéristiques élastiques.

Pour une longueur de fissure donnée, la complaisance relative numérique est calculée pour l'ouverture de l'entaille et notée  $\bar{\lambda}_{MOD}$  (formule 4) et aussi pour déplacement des points d'application de l'effort, qui est le déplacement relatif des point C1 et C2 notée  $\bar{\lambda}_f$ , (formule 5). (La valeur des complaisances relatives est indépendante de celle choisie pour  $\bar{\lambda}_{num}$ ).

$$\lambda_{CMOD} = \frac{U_{CMOD}}{F_u} \quad \text{et} \quad \bar{\lambda}_{CMOD} = \frac{\lambda_{CMOD}}{\lambda_{0,CMOD}} \quad [4]$$

$$\lambda_F = \frac{u_2 - u_1}{F_u} \quad \text{et} \quad \bar{\lambda}_F = \frac{\lambda_F}{\lambda_{0,F}} \quad [5]$$

On peut caler le modèle numérique avec les résultats expérimentaux, un facteur correctif, noté R (Formule 6) est défini comme le rapport de la complaisance élastique expérimentale CMOD avec la complaisance élastique numérique CMOD.

$$R = \frac{\lambda_{0,CMOD,exp.}}{\lambda_{0,CMOD,num.}} \quad [6]$$

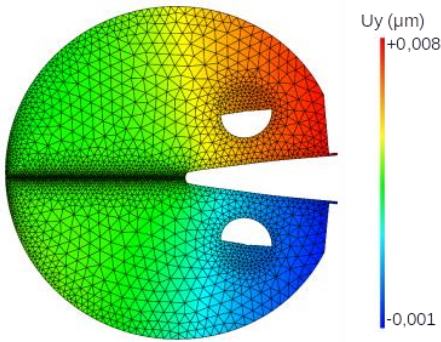


Figure 6 : Champs des déplacements verticaux issus du 1er calcul élastique (Amplitude déformée  $2,1 \times 10^6$ ).

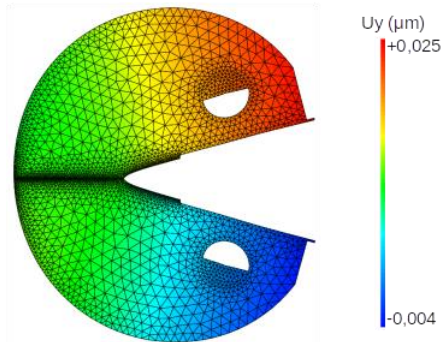


Figure 7 : Champs des déplacements verticaux pour une longueur de fissure équivalente de 2,6mm (Amplitude déformée  $2,1 \times 10^6$ ).

Le paramètre R permet aussi à posteriori de recalculer le module de Young issue de l'éprouvette DCT testée (Formule 7).

$$E_{corr.} = \frac{E_{num}}{R} \quad [7]$$

L'ensemble de simulations permet de calculer la complaisance relative numérique  $\bar{\lambda}_{CMOD,num.}$  pour chaque longueur de fissure équivalente. Pour chaque mesure expérimentale située après la limite élastique, on calcule la complaisance relative expérimentale  $\bar{\lambda}_{CMOD,exp.}$  en utilisant les mesures les plus proches de l'éprouvette c'est-à-dire le CMOD. La configuration numérique correspondant à ce point expérimental est celle qui possède la même complaisance relative  $\bar{\lambda}_{CMOD,num.} = \bar{\lambda}_{CMOD,exp.}$ . On peut donc en déduire la longueur de fissure équivalente, mais aussi les déplacements de tous les points de la structure et en particulier le déplacement des points d'application des efforts C1 et C2.

La Figure 8 représente la courbe reconstituée force / déplacement des rouleaux. À noter que cette dernière est différente de la courbe Force / Déplacement LVDT expérimentale, justifiant le développement de cette nouvelle approche de post-traitement. On attribue les différences aux déformations de pièces en contact, ainsi qu'à une possible rotation du support des capteurs de déplacement.

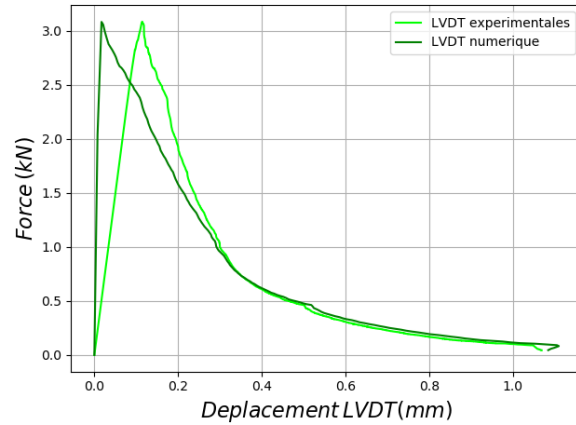


Figure 8 : Courbes Force/Déplacement des rouleaux (expérimentale et numérique).

Afin de s'affranchir au maximum des effets de bord liés à l'initiation de la fissuration et la rupture totale de l'éprouvette, le calcul de l'énergie de fissuration est réalisé entre une longueur équivalente de fissure  $a_1 = 30\text{mm}$  et  $a_2 = 60\text{mm}$  (Figure 9). Les complaisances relatives associées permettent de définir les forces  $F_1$  et  $F_2$  associées à ces longueurs équivalentes.

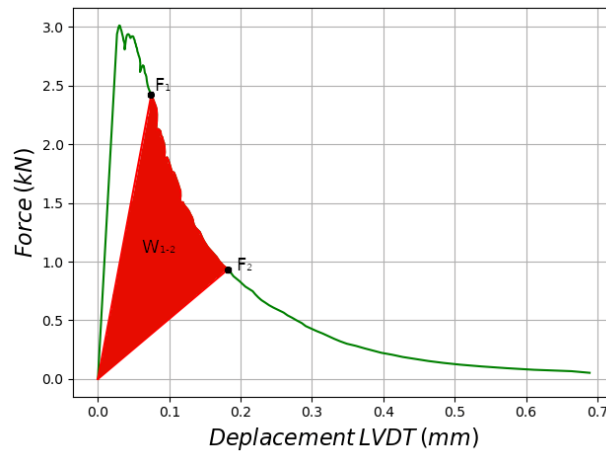


Figure 9 : Calcul du travail  $W_{1-2}$ .

L'étape suivante consiste à calculer le travail,  $W_{1-2}$ , en intégrant la courbe de la figure 12 entre les forces  $F_1$  et  $F_2$  (Formule 8). Le travail est ensuite divisé par la longueur de fissure équivalente générée multipliée par la largeur de l'éprouvette notée  $e$  (Formule 9).

$$W_{1-2} = \int_{F_1}^{F_2} F(x_{dc1}) dx \quad [8] \quad \text{et} \quad G_f = \frac{W_{1-2}}{(a_2 - a_1) * e} \quad [9]$$

Les tableaux de Figure 10 récapitulent les énergies de fissuration obtenues sur 7 éprouvettes DCT réalisés dans 2 éprouvettes 16x32 (7 et 8). À l'échelle du matériau, la moyenne est égale à 110,8 J/m<sup>2</sup>. On peut



noter une certaine variabilité à l'échelle du matériau avec un écart-type de 13,2 J/m<sup>2</sup>. Celle-ci se retrouve aussi à l'échelle de l'éprouvette 16x32 initiale : l'énergie de fissuration varie entre 96,4 J/m<sup>2</sup> à 131,2 J/m<sup>2</sup> pour les essais DCT issue de l'éprouvette 8. Les éprouvettes 7 et 8 sont composées du même béton.

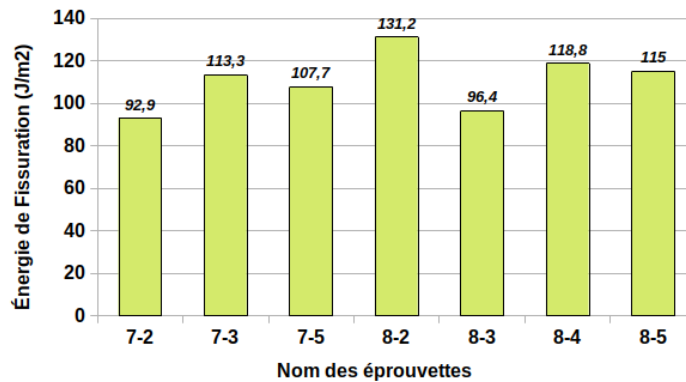


Figure 10 : Tableau des résultats sur une campagne pour un béton.

#### 4. CONCLUSION

Une méthode de dépouillement permettant d'évaluer l'énergie de fissuration est proposée. Basée sur la méthode de la compliance, elle est intimement liée à la simulation numérique. Elle permet d'évaluer la longueur de fissure équivalente à tout moment de l'expérience et ainsi de calculer l'énergie de fissuration sur une portion de la fissure en s'affranchissant ainsi des effets de bords. La méthode permet également de se baser sur des mesures de déplacement ou de déformations locales peu influencées par les conditions aux limites. Elle a été utilisée avec succès sur des essais de type Disk Compact Tension dont les éprouvettes sont issues de cylindres 16x32 cm.

#### 5. RÉFÉRENCE

- Bažant, Z.P. (2002) Concrete fracture models: testing and practice, *Eng. Fract. Mech.*, 69, 165–205.
- Bažant, Z.P. (1997) Scaling of quasibrittle fracture: hypotheses of invasive and lacunar fractality, their critique and Weibull connection, *Int. J. Fract.*, 83, 41–65.
- Bažant, Z.P., Gettu, R. et Kazemi, M.T. (1991) Identification of nonlinear fracture properties from size effect tests and structural analysis based on geometry-dependent R-curves, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Geomech. Abstr.*, 28, 43–51.
- Bažant, Z. P. et Kazemi, M. T. (1990) Size Effect in Fracture of Ceramics and Its Use To Determine Fracture Energy and Effective Process Zone Length, *J American Ceramic Society*, 73, 1841–1853
- Cummings J. (2000) Étude de la propagation des fissures, Ph.D. thesis, Faculté des études supérieures de l'Université Laval.
- D04 Committee (2013), Test Method for Determining Fracture Energy of Asphalt-Aggregate Mixtures Using the Disk-Shaped Compact Tension Geometry, Tech. Rep., ASTM International .
- Elices, M., Guinea, G.V., Planas, J. (1992) Measurement of the fracture energy using three-point bend tests: Part 3—Influence of cutting the P- $\delta$  tail. *Mater. Struct.* 25, 327–334.
- Fan, B., Qiao, Y. et Hu, S. (2020) Evaluation of tension softening curve of concrete at low temperatures using the incremental displacement, *collocation method. Eng. Fract. Mech.* ,226, 106878.
- Ferreira, L.E.T., Bittencourt, T.N., Sousa, J.L.A.O. et Gettu R. (2002) R-curve behavior in notched beam tests of rocks, *Eng. Fract. Mech.*, 69, 1845–1852
- Guinea, G.V., Planas, J. et Elices, M. (1992) Measurement of the fracture energy using three-point bend tests: Part 1—Influence of experimental procedures. *Mater. Struct.* 25, 212–218.

- Hillerborg, A. (1985) The theoretical basis of a method to determine the fracture energy GF of concrete. *Materials and Structures*, 18, 291–296
- Kallel, H., Carré, H., La Borderie, C., Masson, B. et Cuong Tran, N. (2017) Effect of temperature and moisture on the instantaneous behaviour of concrete, *Cement and Concrete Composites*, 80, 326-332.
- Kallel, H., Carré, H., La Borderie, C., Masson, B. et Cuong Tran, N., (2018) Evolution of mechanical properties of concrete with temperature and humidity at high temperatures, *Cement and Concrete Composites*, 91, 59-66.
- Kim H., Wagoner M.-P. et Buttlar W.-G. (2009) Numerical fracture analysis on the specimen size dependency of asphalt concrete using a cohesive softening model, *Construction and Building Materials*, 23 (5) 2112–2120.
- Mohamad Abdulmajid, 2020. Determination of the in-situ fracture properties of Callovo-Oxfordian rocks : application to the prediction of fracture networks geometry around tunnels. Sorbone Université, Paris.
- Morel, S., Bouchaud, E., Schmittbuhl, J. et Valentin, G. (2002) R-curve behavior and roughness development of fracture surfaces, *Int. J. Fract.*, 114, 307–325.
- Nouailletas, O., La Borderie, C., Perlot, C., Rivard, P. et Ballivy, G. (2015) Experimental Study of Crack Closure on Heterogeneous Quasi-Brittle Material, *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, 141: 11.